Дата Курс, группа Дисциплина (МДК) ФИО преподавателя(ей) Тема	*19.05.2020* *1, ТО 1911/з* *Математика* *Евстигнеева Е.А.* *Интегральное исчисление*

№ п/п	Этап занятия	Время, 1ч 30 мин	Прием и методы
1	Организационный этап	10	whatsapp
2	Изучение нового материала	40	Пояснения к теме, разбор ключевых моментов (Zoom)
3	Закрепление изученного материала	30	Пояснения к заданиям для самостоятельной работы (Whatsapp), вызвавших наибольшее затруднение
4	Подведение итогов, рефлексия	10	Консультации в Whatsapp
5	Домашнее задание		Задания для самостоятельного решения, подготовка к тесту

19.05.2020

Тема: Интегральное исчисление.

1. Неопределенный интеграл

<u>*Определение 1*</u> Функция $F(x)$ называется ***первообразной для функции*** $\boldsymbol{f(x)}$ на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка выполняется равенство $\boldsymbol{F'(x) = f(x)}$.

Например, функция $F(x) = \frac{x^3}{3}$ есть первообразная для функции

$f(x) = x^2$, так как $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 = x^2 = f(x)$.

Легко проверить, что $\frac{x^3}{3} + 7$ имеет ту же самую производную x^2. Ясно, что вместо числа 7 можно подставить любую постоянную. Таким образом, мы видим, что задача нахождения первообразной имеет бесконечно много решений.

Любая непрерывная функция *f(x)* имеет бесконечное множество первообразных, которые отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

<u>*Определение 2*</u> Совокупность *F(x)+C* всех первообразных для функции *f(x)* называется ***неопределенным интегралом*** от этой функции и обозначается:

$$\boldsymbol{\int f(x)dx = F(x) + C}, \qquad где\ C = const.$$

$f(x) -$ подынтегральная функция;

$f(x)dx -$ подынтегральное выражени

Вспомним, ***дифференцирование*** *– это операция нахождения производных.*

Интегрирование – это операция нахождения первообразных.
Интегрирование – это обратное действие к дифференцированию.

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int 0 \cdot dx = C$.
2. $\int dx = x + C$.

3. $\int x^k dx = \dfrac{x^{k+1}}{k+1} + C \ (k \neq -1, k - const)$.
4. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$.
5. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \ (a > 0, a \neq 1)$.
6. $\int e^x dx = e^x + C$.
7. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.
8. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
9. $\int \dfrac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$.
10. $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$.

Свойства:

1. Если k – постоянная величина, то коэффициент k можно выносить за знак интеграла
$$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$$
Например,
$$\int 6x^2 dx = 6\int x^2 dx = 6 \cdot \frac{x^3}{3} + C = 2x^3 + C$$

2. Интеграл суммы равен сумме интегралов
$$\int \big(f(x) + g(x)\big)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

<u>Пример 1.1</u> Найти неопределенный интеграл:

а) $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$;

б) $\int x^6 dx = \frac{x^7}{7} + C$;

в) $\int 4x^3 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + C = x^4 + C$;

г) $\int (5x^2 + 4x)dx = \int 5x^2 dx + \int 4x dx = 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 2x^2 + C$;

д) $\int(5sinx-10)dx=\int 5sinxdx-\int 10\,dx=-5cosx-10x+C$

Пример 1.2 Найти неопределенный интеграл:

а) $\int\left(2e^x-\frac{1}{x}\right)dx=2e^x-ln|x|+C$;

б) $\int\left(\frac{5}{x}-6cosx+13\right)dx=5ln|x|-6sinx+13x+C$;

2. Определенный интеграл

Для вычисления определенного интеграла от функции $f(x)$ в том случае, когда можно найти соответствующий неопределенный интеграл $F(x)$, служит формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a),$$

т.е. определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

Пример 2.1

$$\int_1^2 3t^2dt=\frac{3t^3}{3}\Bigg|_1^2=t^3\Big|_1^2=2^3-1^3=8-1=7$$

Простейшие свойства определенного интеграла

1) Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от слагаемых функций:

$$\int_a^b[f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$$

2) Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла

$$\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$$

3) При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный:

$$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$$

4) Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

5) Отрезок интегрирования можно разделить на части:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

с –точка, лежащая между точками *a* и *b*.

Пример 2.2

Вычислить определенный интеграл $\int_2^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt$.

Решение:

по формуле Ньютона – Лейбница:

$$\int_2^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt = \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + t\right)\Bigg|_2^{10} = \left(t^3 + t^2 + t\right)\Big|_2^{10} =$$

$$= \left(10^3 + 10^2 + 10\right) - \left(2^3 + 2^2 + 2\right) = 1110 - 14 = 1096.$$

<u>ТЕСТ *« Неопределенный интеграл»*</u>

1) Найти неопределенный интеграл: $\int x^8 dx$

A) $8x^7 + C$

B) $8x^9 + C$

C) $\frac{x^9}{9} + C$

D) $\frac{x^8}{9} + C$

E) $\frac{8x^9}{9} + C$

2) Продолжите предложение:

Постоянный множитель подынтегрального выражения можно…

A) не учитывать

B) выносить за знак интеграла

C) считать равным нулю

D) выносить за знак интеграла, но не во всех случаях

E) выносить за знак дифференциала

3) Найти неопределенный интеграл: $\int (x^2 + x - 1)dx$

A) $2x + 1 + C$

B) $\frac{2x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - 1 + C$

C) $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2}$+C

D) $3x^3$+$2x^2 - x + C$

E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + C$

4) Найти неопределенный интеграл: $\int(sinx - 3cosx)dx$

A) $cosx - 3sinx + C$

B) – $cosx + 3sinx + C$

C) – $cosx - 3sinx + C$

D) $cosx + 3sinx + C$

E) – $cosx - 3sinx - C$

5) Найти неопределенный интеграл: $\int(\frac{1}{cos^2x} - \frac{1}{sin^2x})dx$

A) $tgx - ctgx + C$

B) $tgx + ctgx + C$

C) $ctgx - tgx + C$

D) $tg^2x + ctg^2x + C$

E) $tg^2x - ctg^2x + C$

6) Укажите соответствия между неопределенным интегралом и его значением:

1. $\int x^{14}dx$
2. $\int(x^{13} + 2)dx$
3. $\int(x^{15} + 10x)dx$
4. $\int x^{13}dx$
5. $\int e^x dx$

A) $\frac{x^{14}}{14} + 2x + C$

B) $e^x + C$

C) $\frac{x^{15}}{15} + C$

D) $\frac{x^{16}}{16} + 5x^2 + C$

E) $\frac{x^{14}}{14} + C$

7) Найдите общий вид первообразной для функции $f(x) = -5$

A) $-5x + C$

B) $-5x$

C) $-5 + C$

D) $5x + C$

E) 0

8) Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$, если для любого x выполняется равенство:

A) $F'(x) = f'(x)$

B) $F'(x) = f(x)$

D) $F'(x) = -f(x)$

C) $F(x) = f'(x)$

E) $F'(x) = 0$

9) Какой интеграл вычислен верно?

A) $\int \frac{dx}{x^4} = \frac{x^{-3}}{-3} + C$

D) $\int (e^x + cosx)dx = e^x - sinx + C$

B) $\int \frac{dx}{x} = -ln|\,x\,| + C$

E) $\int x^{14}dx = 14x^3 + C$

C) $\int \frac{3dx}{sin^2x} = 3ctgx + C$

10) Выберете верную формулу: $\int x^a dx =$

A) $ln|\,x\,| + C$

C) $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$

B) $arctgx + C$

D) ax^{a-1}+C

E) $x + C$

Задания для самостоятельного решения

Вычислите определенный интеграл

1) $\int_{-2}^{3} 2xdx$

2) $\int_{-3}^{2} (2x - 3)dx$

3) $\int_{-1}^{1} (x^2 + 1)dx$

4) $\int_{0}^{2} (3x^2 - 4x + 5)dx$

Примечание:

Конспект, задания для самостоятельного решения, сдать в электронном формате (фото) до ***22.04.2020 включительно****, отправив на почту* ***evgenia_evstigneeva@mail.ru***